c:\kompos\compl\KM221023.doc

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Konetekniikan osasto, Konstruktiotekniikan laitos
Heikki Martikka c:\kompos\tentit\KM51221.doc KM201195.DOC

020470000 KOMPOSIITTIEN LUJUUS TENTTI 22.10.2003

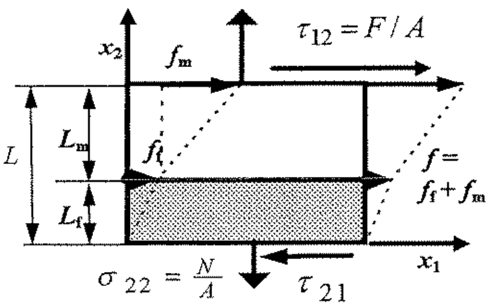
Kaiken kirjallisuuden ja laskimien käyttö tentissä on sallittu

1 Komposiitin mekaniikka ja kesto. Tarkastellaan kuvassa 1 esitettyä komposiittikappaletta. Se on lasikuitu/epoksia. Kuitujen kimmomoduuli $E_f = 70\cdot10^9$ Pa ja matriisin $E_m = 3.5\cdot10^9$ Pa. Kuitujen murtovenymä on $\varepsilon_{fu} = .01$ ja matriisin $\varepsilon_{mu} = .03$. Yläpintojen ala $A = 100$ mm^2. Kerrosten paksuudet ovat $L_f = 0.004$ m ja $L_m = 0.006$ m. Matriisin leikkausmurtolujuus $\tau_{LTU} = ½E_m\varepsilon_{mu}$ Sitä kuormitetaan leikkausvoimalla F ja normaalivoimalla $N = 0.4F$. Matriisin, kuidun ja komposiitin ainemallit ovat Hooken lain mukaisia $\tau = G\gamma$. Poikittaiselle lujuudelle on malli: $\sigma_{TU} = \sigma_{mu}/S$, $S = SMF = 1/(1-v(1-h))$, $\sigma_{mu} = E_m\varepsilon_{mu}$, missä $v = [4V_f/\pi]^{1/2}$, $h = E_m/E_f$ Liukumoduulien yhteys on

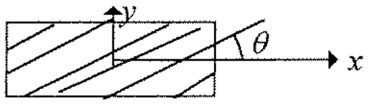
$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m}, \quad G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)}, \quad G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}, \nu_f = 0.3, \nu_m = 0.3$$

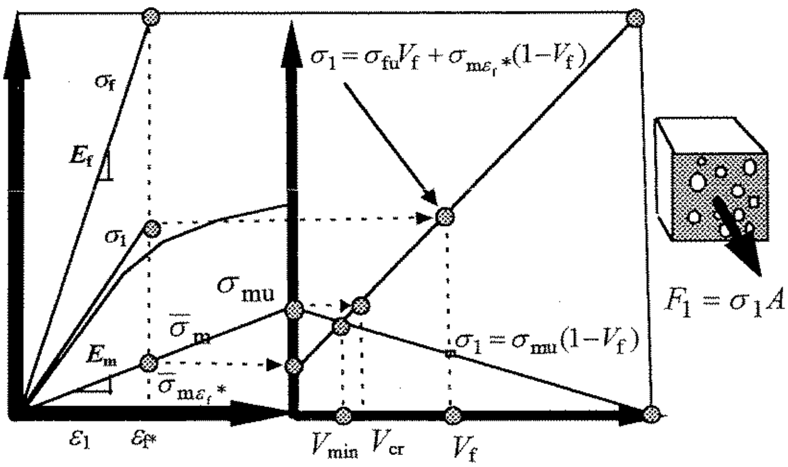
a) Laske komposiittikappaleen liukumoduuli $G_c = G_{12}$. Johda kaava.

b) Laske voima F, jolla laminaatti murtuu Tsai Hillin kriteerin mukaan KM247498.doc



Kuva 1. Leikkaus-ja vetovoimalla kuormitettu komposiitti





Kuva 2. Komposiitin vetokokeen ja lujuuksien sekoituskaavan yhteys

2. Komposiittilaatta. Komposiittilaatta on tehty roving kudosmatoista ja polyesterihartsista. Murtolujuudet on mitattu pääsuunnissa L ja T ja 45 asteen kulmassa L suuntaan nähden ja on saatu arvot $\sigma_{LU} = 300$MPa,. $\sigma_{LT} = 200$ ja $\sigma_{xx}(45) = \sigma_{xx} = 77$. Tsai Hillin vauriokriteeri on

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}}\right)\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{LU}}\right) + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{TU}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}}\right)^2 \le 1, \sigma_L = \sigma_{xx}c^2, \sigma_T = \sigma_{xx}s^2, \tau_{LT} = \sigma_{xx}sc$$

missä $s = \sin\theta, c = \cos\theta$ ja $(L,x) = \theta$ kulma L suunnan ja veto x-akselin välillä.

a) Ratkaise kestoehdosta kaava $1/\sigma_{xx}^2(\theta)$.

b) Laske 45 asteenvetokokeesta leikkauslujuus τ_{LTU}

c) Jos ei tiedettäisi mikä on päälujuussuunnan kulma x-koekappaleen x-akseliin nähden , eikä kolmea päälujuutta, niin saadaanko neljällä eri suuntaisella vetokoenäytteillä (θ1..) selville kysytyt asiat?

c:\kompos\compl\KM221023.doc

LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Konetekniikan osasto, Konstruktiotekniikan laitos
Heikki Martikka c:\kompos\tentit\KM51221.doc KM201195.DOC

020470000 KOMPOSIITTIEN LUJUUS TENTTI 22.10.2003

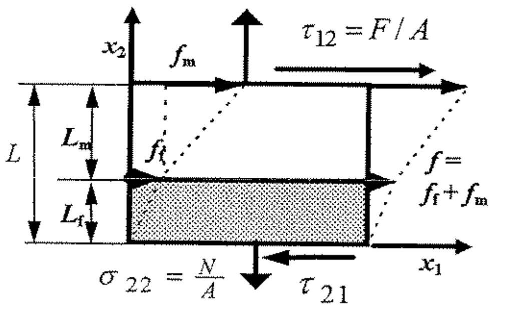
Kaiken kirjallisuuden ja laskimien käyttö tentissä on sallittu

1 Komposiitin mekaniikka ja kesto. Tarkastellaan kuvassa 1 esitettyä komposiittikappaletta. Se on lasikuitu/epoksia. Kuitujen kimmomoduuli $E_f = 70 \cdot 10^9$ Pa ja matriisin $E_m = 3.5 \cdot 10^9$ Pa. Kuitujen murtovenymä on $\varepsilon_{fu} = .01$ ja matriisin $\varepsilon_{mu} = .03$. Yläpintojen ala $A = 100$ mm^2. Kerrosten paksuudet ovat $L_f = 0.004$ m ja $L_m = 0.006$ m. Matriisin leikkausmurtolujuus $\tau_{LTU} = ½E_m\varepsilon_{mu}$ Sitä kuormitetaan leikkausvoimalla F ja normaalivoimalla $N = 0.4F$. Matriisin, kuidun ja komposiitin ainemallit ovat Hooken lain mukaisia $\tau = G\gamma$. Poikittaiselle lujuudelle on malli: $\sigma_{TU} = \sigma_{mu} / S,\quad S = SMF = 1/(1 - v(1-h)),\quad \sigma_{mu} = E_m \varepsilon_{mu}$, missä $v = [4V_f / \pi]^{1/2},\quad h = E_m / E_f$ Liukumoduulien yhteys on

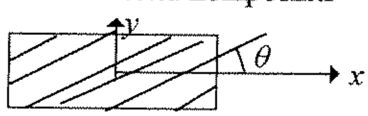
$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m},\quad G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)},\quad G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)},\ \nu_f = 0.3,\ \nu_m = 0.3$$

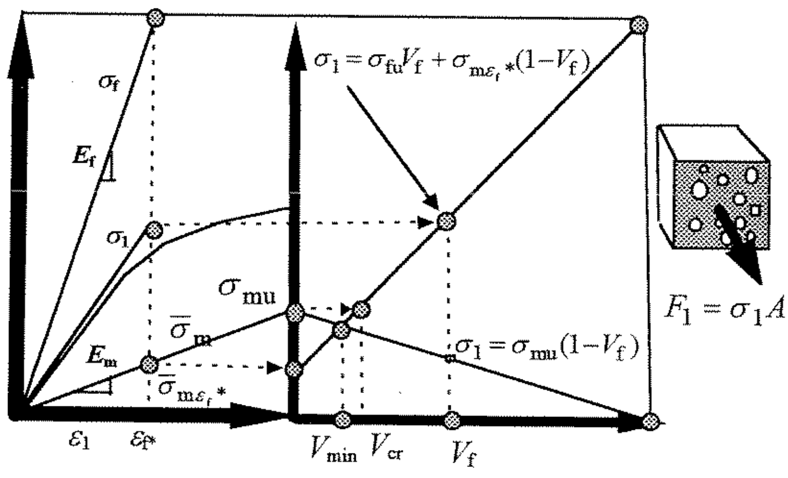
a) Laske komposiittikappaleen liukumoduuli $G_c = G_{12}$. Johda kaava.

b) Laske voima F, jolla laminaatti murtuu Tsai Hillin kriteerin mukaan KM247498.doc



Kuva 1. Leikkaus-ja vetovoimalla kuormitettu komposiitti





Kuva 2. Komposiitin vetokokeen ja lujuuksien sekoituskaavan yhteys

2. Komposiittilaatta. Komposiittilaatta on tehty roving kudosmatoista ja polyesterihartsista. Murtolujuudet on mitattu pääsuunnissa L ja T ja 45 asteen kulmassa L suuntaan nähden ja on saatu arvot $\sigma_{LU} = 300$MPa,. $\sigma_{LT} = 200$ ja $\sigma_{xx}(45) = \sigma_{xx} = 77$. Tsai Hillin vauriokriteeri on

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}}\right)\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{LU}}\right) + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{TU}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}}\right)^2 \le 1,\ \sigma_L = \sigma_{xx}c^2,\ \sigma_T = \sigma_{xx}s^2,\ \tau_{LT} = \sigma_{xx}sc$$

missä $s = \sin\theta, c = \cos\theta$ ja $(L,x) = \theta$ kulma L suunnan ja veto x-akselin välillä.

a) Ratkaise kestoehdosta kaava $1/\sigma_{xx}^2(\theta)$.

b) Laske 45 asteenvetokokeesta leikkauslujuus τ_{LTU}

c) Jos ei tiedettäisi mikä on päälujuussuunnan kulma x-koekappaleen x-akselin nähden , eikä kolmea päälujuutta, niin saadaanko neljällä eri suuntaisella vetokoenäytteillä (θ1..) selville kysytyt asiat?

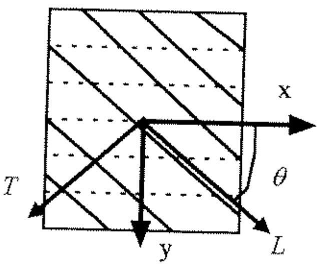
c:\kompos\compl\KM221023.doc

3 Tutkitaan komposiittilaattaa, joka on tehty kahdesta laminasta, kuva 3 .Kunkin paksuus on $t = 3$ mm. Laatan kokonaispaksuus on $T = 2t$ =6 mm ja leveys $B = 100$ mm .Sitä vedetään kokonaisvoimalla $F_x = N_x B = \sigma_x BT, \quad N_y = N_{xy} = 0$ .Laminaatti on symmetrinen ja pinousjärjestys on 0 /+45. Päälujuussuunnan LT koordinaatisto on xy koordinaatistoon nähden kiertynyt kulmassa $(L,x) = \theta$ .Hooken laki on kullekin kerrokselle $k = 1,2$. Merkitään $s = \sin\theta \quad c = \cos\theta$.

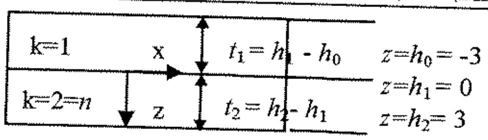
$$\begin{bmatrix}\sigma_L\\ \sigma_T\\ \tau_{LT}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & 2Q_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_L\\ \varepsilon_T\\ \tfrac{1}{2}\gamma_{LT}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}20 & 0{,}7 & 0\\ 0{,}7 & 2{,}0 & 0\\ 0 & 0 & 2\bullet 0.7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_L\\ \varepsilon_T\\ \tfrac{1}{2}\gamma_{LT}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c^2 & s^2 & 2sc\\ s^2 & c^2 & -2sc\\ -sc & sc & c^2-s^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix}=[\mathbf{T}]\{\sigma_x\}_k=\{\sigma_L\}_k$$

$$[\overline{Q}]_{k=1}=[\overline{Q}]_4=[\overline{Q}]_{+45}=\begin{bmatrix}\overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16}\\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26}\\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66}\end{bmatrix}_k=\begin{bmatrix}6{,}55 & 5{,}15 & 4{,}5\\ 5{,}15 & 6{,}55 & 4{,}5\\ 4{,}5 & 4{,}5 & 5{,}15\end{bmatrix}\quad [\overline{Q}]_{k=2}=[\overline{Q}]_3=[\overline{Q}]_{-45}=\begin{bmatrix}6{,}55 & 5{,}15 & -4{,}5\\ 5{,}15 & 6{,}55 & -4{,}5\\ -4{,}5 & -4{,}5 & 5{,}15\end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{A}]=[A_{ij}]=\sum_{k=1}^{k=n}[\overline{Q}_{ij}]_k(h_k-h_{k-1}),\quad \begin{bmatrix}N_x\\ N_y\\ N_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} & A_{16}\\ A_{12} & A_{22} & A_{26}\\ A_{16} & A_{26} & A_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_x^{\,0}\\ \varepsilon_y^{\,0}\\ \gamma_{xy}^{\,0}\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}\mathbf{N}\\ \mathbf{M}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{B}\\ \mathbf{B} & \mathbf{D}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon^0\\ \kappa\end{bmatrix}$$



$$\boxed{\begin{aligned}&\overline{Q}_{11}\to\overline{Q}_{11,k}=Q_{11}c^4+Q_{22}s^4+2(Q_{12}+2Q_{66})s^2c^2\\ &\overline{Q}_{12}\to\overline{Q}_{12,k}=(Q_{11}+Q_{22}-4Q_{66})s^2c^2+Q_{12}(c^4+s^4)\\ &\overline{Q}_{16}\to\overline{Q}_{16,k}=(Q_{11}-Q_{12}-2Q_{66})sc^3-(Q_{22}-Q_{12}-2Q_{66})s^3c\end{aligned}}$$



Kuva 3. Laminaatin rakenne.

Q matriisin tarvittavat alkiot lasketaan seuraavaksi

Nyt **B** matriisi on nolla. Viivavoima N_x tuottaa keskipinnan venymät $N_x = A_{11}\varepsilon_x^{\,0}$

Jännityskestoehto laminalle k kuitujen L-suunnassa on Tsai-Hillin vauriokriteeri. Lujuudet ovat $\sigma_{LU} = 300, \quad \sigma_{TU} = 40, \tau_{LTU} = 10\text{MPa}$. Venymäkestoehto kerrokselle k on $R(2) = \varepsilon_{all} - \varepsilon_x^0 \ge 0$, sallittu venymä on $\varepsilon_{all} = 0.03$.

a) Osoita, että $[A] = t([\overline{Q}]_0 + [\overline{Q}]_{45})$

b) Tutki ulommaisen laminan $k=1$ jännitys ja venymäkestoehto ja mitoitus

c) Miten rakennetta voisi optimoida? Mitä hyötyä on, että suunnitellaan **B** matriisi nollaksi, miten sen nollaus voidaan periaatteessa toteuttaa?

4 Kerroslevypalkki. Tutkitaan kerroslevypalkin lujuutta, kuva 3.

Sen pintakerrokset ovat <u>**tehtävän 1**</u> laminoista tehtyä laminaattilaattaa ja niiden murtolujuus σ_c on sekoituskaavan mukainen ja kimmomoduuli E_c myös. $V_f = 0.4$, Se on lasikuitu /epoksia. Kuitujen kimmomoduuli $E_f = 70\cdot10^9$ Pa ja matriisin $E_m = 3.5\cdot 10^9$ Pa. Komposiitin vetokimmomoduuli on $E_c = V_f E_f + V_m E_m$. Kuitujen murtovenymä on $\varepsilon_{fu} = .01$ ja matriisin $\varepsilon_{mu} = .03$. Laminoiden vetomurtolujuus on sekoituskaavan mukainen $\sigma_1 = \sigma_c = \sigma_{fu}V_f + \sigma_{m\varepsilon_f^*}(1 - V_f)$. Jännitys $\sigma_{m\varepsilon_f^*} = E_m\varepsilon_{fu}$.

Mitat: $u = 0.1$,palkin pituus $L = 0.5$ m ja leveys $b = 0.1$ m.

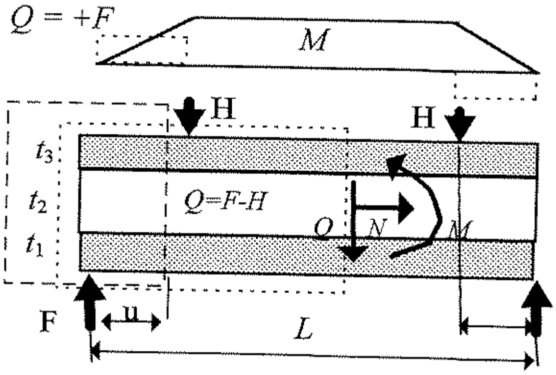
Kerrosten kimmomoduulit ja paksuudet ovat $E_1 = E_3 = E_c, \quad t_1 = t_3 = 0{,}001\text{m}$,

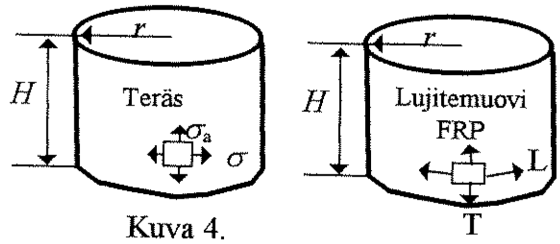
c:\kompos\compl\KM221023.doc

$E_2 = 0{,}001\,E_c, G_2 = E_2 \quad t_2 = 0{,}02\text{m}$ .Poimuilulujuus on $\sigma_{\text{wrink}} = 0.5(E_2 G_2 E_1)^{1/3}$ .Sallittu leikkausjännitys on 1MPa. Palkkia taivutetaan nelipistetaivutuksella, jolloin keskellä vaikuttaa vakio momentti M .Leikkausjännitys on $\tau = \dfrac{Q}{bd}$, perustele tulos $H = F = Q, \quad M = Fu$ .Taivutusjännitys kerroksella k on $\sigma_k = Mz / I_k, \quad I_k = D / E_k$, $D = \Sigma E_i I_i \approx \frac{1}{2} E_c b t_c (t_2 + t_c)^2$, missä z on etäisyys keskitasosta $z = \frac{1}{2}(t_2 + t_c)$.

a) Mikä on suurin momentti ja voima F , jonka palkin vedon alainen kerros kestää ? Kestoehdot ovat puristuspuolen poimuilun, vetopuolen vetomurtuman ja ytimen leikkauslujuuden kannalta.

b) Esitä 4 vauriomahdollisuutta , joita voi palkissa voi esiintyä.





Kuva 4.

5 Lyhytkuitulujitteisen säliörakenteen painekoe. Suunnittelun kohteena on suljettu lieriömäinen säiliö, jonka säde r = 0.5m ja korkeus H = 1 m ja seinämän paksuus on t = .005 m. Matriisi on nailonia, jossa on V_f = 20 % lyhyttä lasikuitua.

Säiliön kuori valmistetaan injektioruiskutuksella siten, että saadaan kuiduille satunnaisjakauma.

Kuitujen pituus on $2L$ = 3.2 mm ja halkaisija d = 10 μm.

Kuitujen kimmomoduuli E_f = 72.4 GPa ja matriisin E_m = 2.76 Gpa. Matriisin murtovenymä on ε_{mu} = 0.03 ja kuitujen murtovenymä on ε_{fu}.= 0.012. Voidaan arvioida likimain , että luistoleikkauslujuus $\tau_i = 0.5\ \sigma_{mu}$ Suunnittelun tavoite on laskea seuraavat:

a) Kimmomoduuli E_R , liukumoduuli G_R ja suppeumaluku ν_R

b) Paine, jonka säiliö kestää murtovenymäkriteerillä

Ohjeita

E_T on kimmomoduuli poikittaisessa suunnassa

E_L on kimmomoduuli pitkittäisessä suunnassa, $G_{12} = G_{LT}$ on liukumoduuli

$$\frac{E_L}{E_m} = \frac{1 + 2s\eta_L V_f}{1 - \eta_L V_f}, \quad \frac{G_{LT}}{G_m} = \frac{G_{12}}{G_m} = \frac{1 + \eta_G V_f}{1 - \eta_G V_f} \quad \frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + 2\eta_T V_f}{1 - \eta_T V_f}, \quad s = \frac{2L}{d} = \frac{L}{r}$$

,missä $\eta_L = \dfrac{e - 1}{e + 2s}$, $\eta_T = \dfrac{e - 1}{e + 2}$, $e = \dfrac{E_f}{E_m}, \nu = \dfrac{G_f}{G_m}$, $G_f = \dfrac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \quad G_m = \dfrac{E_m}{2(1 + \nu_m)}$

Kimmomoduulit $E_{\text{random}} = E_R = \frac{3}{8} E_L + \frac{5}{8} E_T$, $G_{\text{random}} = G_R = \frac{1}{8} E_L + \frac{1}{4} E_T$

Suppeumaluku voidaan arvioida olettamalla, että laminaatti on kimmoisa ja isotrooppinen tasossa kaavoilla. $G_R = \dfrac{E_R}{2(1 + \nu_R)}$, $\nu_R = \dfrac{E_R}{2G_R} - 1$

Vauriokriteeri on kokeellisten tulosten mukaan maksimivenymä , jonka mukainen kestoehto on

$$R(1) = \varepsilon_{cu} - \varepsilon_t \geq 0, \quad \varepsilon_{cu} = 0.03, \quad \varepsilon_t \approx \frac{1}{E_R}(\sigma_t - \nu_R \sigma_a), \quad \sigma_t = p\frac{r}{t}, \quad \sigma_a = \tfrac{1}{2}\sigma_t$$