

Huomaa: Valitse seuraavista tehtävistä viisi (5)!

1. Selitä seuraavat käsitteet

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| a. mallin pätevyysalue | e. diskreetit mallit |
| b. mikro- ja makrotason mallit | f. lineaarinen systeemi |
| c. tasapainomalli | g. autonominen systeemi |
| d. säilymlaki | h. steady state malli |

2. Valitse yksi kurssin harjoituksissa käsitelty projektiaihe (jossa olit esittelyvuorossa tai kommentointitehtävissä). Vastaa tapausesimerkin pohjalta seuraaviin kysymyksiin

-selitä lyhyesti esimerkin "juoni", sisältö ja käytetyt menetelmät

-kuvaile avainmuuttujat, niiden väliset yhtälöt, mallin rakenne pääpiirteissään

-mikä on mallin tarkoitus ja siitä saatava käytännöllinen hyöty?

3. Mainitse pari sovelluskohdetta (kustakin) seuraavien matematiikan alojen/teorioiden alalta

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| a. differenssiyhtälöt | d. diskreetti optimointi |
| b. regressioanalyysi | e. Markov-ketju |
| c. osittaisdiff yhtälöt | f. Poisson jakauma |

4 Vastaa toiseen seuraavista vaihtoehdoista

4A Mittaukset ja havaintodata matemaattisen mallin rakentamisessa (max 1 sivun vastaus)

4B Kuten tehtävä 2, mutta eri tapausesimerkki.

5. Muodosta ohessa annetun tilanteen kuvailuun sopiva matemaattinen malli. Valitse, nimeä muuttujat, kuvaile niiden väliset yhteydet, muodosta malli/yhtälöt, mainitse käyttämäsi yksinkertaistukset ja oletukset.

Nestesäiliössä (sisältö 2000 kg) oleva liuenneen hapen määrä kasvaa tasaisesti ajan mukana. Tämä happi aiheuttaa säiliön seinämässä korroosioilmion, säiliön seinämään alkaa muodostua hapettunut kerros. Reaktion nopeus on suoraan verrannollinen nesteen happipitoisuuteen. Toisaalta syntyvä hapettunut kerros "suojaa" metallia, reaktion nopeus alkaa hidastua (tietystä alkunopeudesta) korroosiokerroksen kasvaessa. Tehtävänä on kuvata korroosiokerroksen paksuuden $Y(t)$ muutosta.

6. Tarkastellaan Suomen autokannan ikäjakaumaa ja sen kehitystä. Olkoon $x(k,i)$ vuoden i alussa oleva k -vuotiaiden autojen lukumäärä ja $X(i)$ ikäjakaumavektori $(x(0,i), x(1,i), x(2,i), \dots, x(20,i))'$. Vuoden aikana k vuotta täyttäneistä autoista poistuu osuus $\beta(k)$ vaurioiden ym johdosta. Oletetaan, että kaikki 20-vuotta täyttäneet poistuvat vuoden aikana. Vuonna i käyttöön otettavien uusien autojen määrä olkoon $u(i)$. Laadi autokannan ikäjakauman muutosta kuvaava laskentamalli. Selvitä, millä tavalla mallilla voitaisiin seurata ja ennustaa autojen keski-ikä kehitymistä.