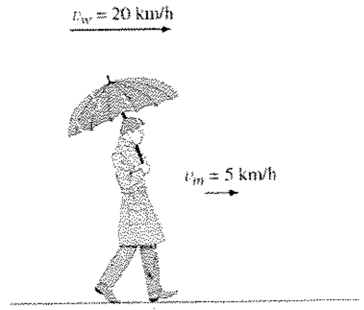
LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO

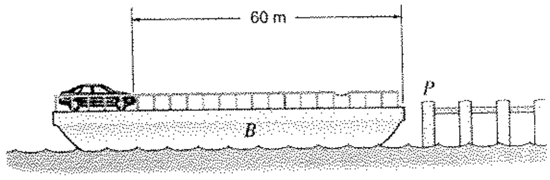
LUT-Metalli

BK80A0100-K Dynamiikka I, tentti
pe 20.2.2009 klo 14.15 - 17.15
T. Nykänen

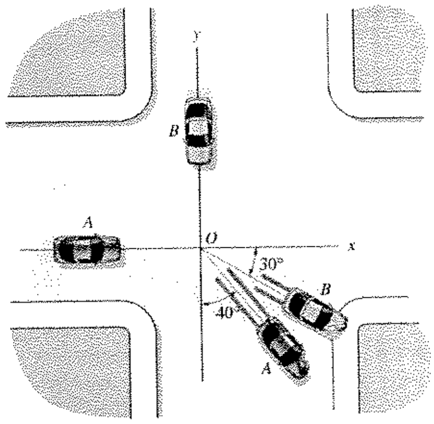
Kirjallisuuden käyttö kielletty! Laskimen käyttö sallittu!



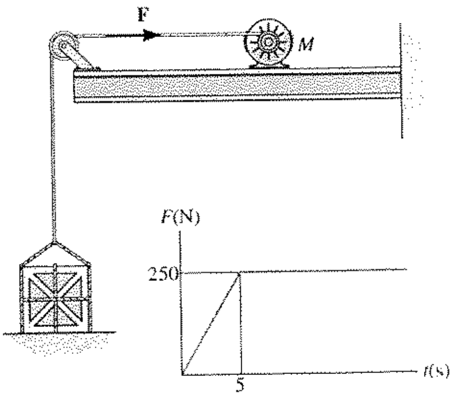
1. Mies kävelee 5 km/h myötätuuleen, tuulen nopeuden ollessa 20 km/h. Jos sadepisarat putoavat 7 km/h tyynessä säässä, niin määritä, missä suunnassa pisarat putoavat mieheen nähden. *Ohje:* Pisaroiden ajatellaan liikkuvan vaakasuunnassa tuulen nopeudella.



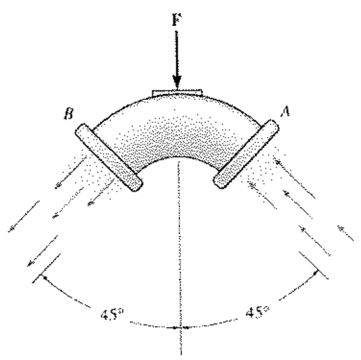
2. Laiturissa *P* olevan proomun *B* kannella on auto kuvan mukaisesti. Jos autolla ajetaan 60 m proomun toiseen päähän eikä proomua ole kiinnitetty laituriin, niin kuinka kauaksi proomu etääntyy laiturista? Proomun massa on 15000 kg ja auton 1000 kg. Veden vastusta ei oteta huomioon.



3. Kaksi 1800 kg autoa, *A* ja *B*, törmäävät jäisessä risteyksessä. Autojen liike törmäyksen jälkeen mitataan lumessa olevien jälkien perusteella. Auton *A* kuljettaja ilmoittaa ajaneensa 50 km/h juuri ennen törmäystä ja törmäyksen jälkeen jarruttaneensa, jolloin auto luisui 3 m ennen pysähtymistä. Arvioi auton *B* nopeus juuri ennen törmäystä. Oletetaan, että liikekitkakerroin pyörien ja alusta välillä on μ_k = 0,15. Huomaa, että törmäyssuoraa ei tarvita ratkaisussa.



4. Kuvan laatikko, jonka massa on 20 kg, on lattialla levossa ja köydessä vaikuttava voima on nolla. Moottori *M* alkaa vetää köyttä voimalla **F**, jonka suuruus muuttuu oheisen käyrän mukaisesti. Määritä laatikon nopeus, kun t = 6 s. *Ohje:* Määritä ensin laatikon liikkeelle lähtöön kuluva aika.



5. Putken mutkaan kohdistuu veden staattinen paine 70 kPa. Putken halkaisija on 125 mm ja putkessa virtaavan veden nopeus on 2,4 m/s. Oletetaan, että liitoksissa *A* ja *B* ei synny pystysuuntaisia tukireaktioita. Kuinka suuri on tukireaktio **F**? Mutkan ja siinä olevan veden painoa ei oteta huomioon. ρ_{vesi} = 1000 kg/m^3.

Liite (1 s.)

BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad a\,ds = v\,dv \qquad v = v_0 + a_c t \qquad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \qquad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \qquad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \qquad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t\mathbf{u}_t + a_n\mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{u}_n \qquad \rho = \left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2} / \left|d^2y/dx^2\right|$$

$$\mathbf{v} = v_r\mathbf{u}_r + v_\theta\mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \qquad \mathbf{a} = a_r\mathbf{u}_r + a_\theta\mathbf{u}_\theta = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\mathbf{u}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\mathbf{u}_\theta \qquad \tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \qquad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \qquad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum\mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad \sum\mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \qquad \sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \qquad \sum F_t = ma_t \qquad \sum F_n = ma_n \qquad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \qquad \sum F_\theta = ma_\theta \qquad \sum F_z = ma_z$$

$$e = \frac{Ch^2}{GM_e} \qquad h = r_0 v_0 \qquad C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_e}{r_0 v_0^2}\right) \qquad \frac{1}{r} = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_e}{r_0 v_0^2}\right)\cos\theta + \frac{GM_e}{r_0 v_0^2} \qquad r_p = r_0 \qquad r_a = \frac{r_0}{\left(2GM_e/r_0 v_0^2\right) - 1} \qquad T = \frac{\pi}{h}\left(r_p + r_a\right)\sqrt{r_p r_a}$$

$$U_{1\text{-}2} = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2}F\cos\theta\,ds \qquad U_{1\text{-}2} = F_c\cos\theta\left(s_2 - s_1\right) \qquad U_{1\text{-}2} = -W\Delta y \qquad U_{1\text{-}2} = -\left(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2 \qquad P = \frac{dU}{dt} \qquad P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \qquad V_g = Wy \qquad V_e = +\frac{1}{2}ks^2 \qquad V = V_g + V_e$$

$$T + V = \text{vakio} \qquad \sum F_s = m\frac{dv}{dt} + v_{D/i}\frac{dm_i}{dt}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \qquad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2 \qquad \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{vakio} \qquad \sum F_s = m\frac{dv}{dt} - v_{D/e}\frac{dm_e}{dt}$$

$$m\mathbf{v}_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}dt = m\mathbf{v}_2; \qquad m(v_x)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i(\mathbf{v}_i)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}dt = \sum m_i(\mathbf{v}_i)_2 \qquad \sum m_i(\mathbf{v}_i)_1 = \sum m_i(\mathbf{v}_i)_2 \qquad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2 \qquad (H_{Oz})_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}M_{Oz}dt = (H_{Oz})_2 \qquad \int_{t_1}^{t_2}\mathbf{M}_O dt = \int_{t_1}^{t_2}(\mathbf{r}\times\mathbf{F})dt \qquad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \qquad \sum(\mathbf{H}_O)_1 = \sum(\mathbf{H}_O)_2$$

$$(H_O)_z = (d)(mv) \qquad \mathbf{H}_O = \mathbf{r}\times m\mathbf{v} \qquad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ r_x & r_y & r_z\\ mv_x & mv_y & mv_z\end{vmatrix} \qquad \sum\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \qquad \sum\mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum\mathbf{F} = \frac{dm}{dt}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \qquad \sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax}) \qquad \sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\times\mathbf{B} = \begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix} = \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\mathbf{i} - \left(A_xB_z - A_zB_x\right)\mathbf{j} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\mathbf{k}$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}\left(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A\right)$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$$\ddot{x} + p^2x = 0 \qquad p = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad x = A\sin pt + B\cos pt \qquad x = C\sin(pt + \phi) \qquad f = \frac{1}{\tau} = \frac{p}{2\pi} \qquad \tau = \frac{2\pi}{p}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \qquad x = x_c + x_p = A\sin pt + B\cos pt + \frac{\frac{F_0}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}\sin\omega t. \qquad x_p = \mathrm{MF}\,x_{st}\sin\omega t, \quad \text{missä} \quad \mathrm{MF} = \frac{(x_p)_{max}}{\frac{F_0}{k}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}.$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0. \qquad c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2mp \qquad m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0\sin\omega t.$$

$$x = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \qquad \mathrm{MF} = \frac{C'}{\frac{F_0}{k}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega}{p}\right)\right]^2}} \qquad C' = \frac{\frac{F_0}{k}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega}{p}\right)\right]^2}} \qquad \phi' = \tan^{-1}\left[\frac{2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega}{p}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}\right]$$

$$x = (A + Bt)e^{-pt}$$

$$p_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} = p\sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2} \qquad x_p = C'\sin(\omega t + \phi') \qquad x = D\left[e^{-\left(\frac{c}{2m}\right)t}\sin(p_d t + \phi)\right] \qquad \tau_d = \frac{2\pi}{p_d}.$$