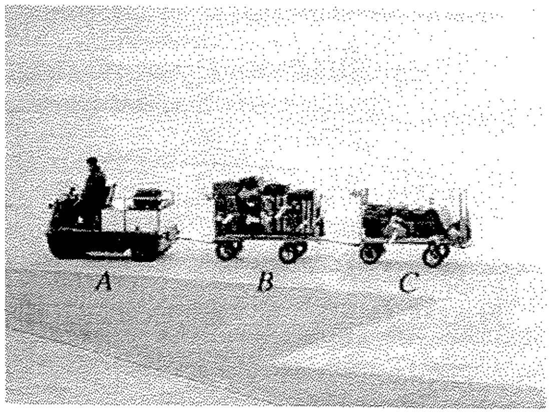
LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN YLIOPISTO

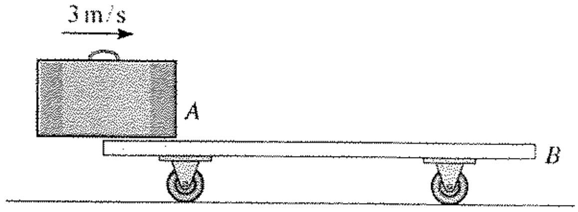
LUT Metalli



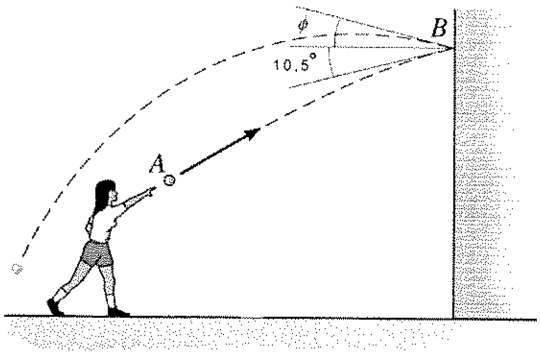
BK80A0100-K Dynamiikka I, tentti
pe 27.3.2009 klo 14.15 - 17.15
T. Nykänen

Kirjallisuuden käyttö kielletty! Laskimen käyttö sallittu!

1. Kuvan matkatavaratrukki A (paino 3600 N) hinaa vaunuja B (paino 2200 N) ja C (paino 1300 N). Trukin kiihdyttäessä vetävät pyörät kehittävät hetken aikaa kitkavoiman $F_A = 160t$ N, missä t on aika sekunteina. Jos trukki lähtee levosta liikkeelle, niin mikä on sen nopeus 2 s kuluttua ja mikä on tällöin trukin hinauskoukkuun kohdistuva voima?

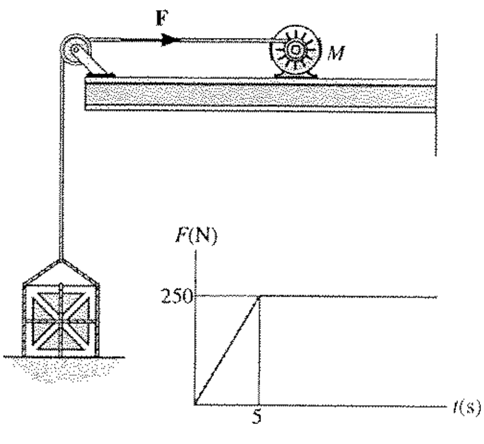


2. Levossa olevaan vaunuun B, jonka massa on 10 kg, heitetään vaakasuunnassa laukku A nopeudella 3 m/s. Laukun massa on 5 kg. Kuinka pitkän ajan A liukuu B:hen nähden ja mikä on nopeus, kun liukuminen lakkaa? Kitkattomien pyörien massaa ei oteta huomioon. Liikekitkakerroin laukun ja vaunun välillä $\mu_k = 0{,}4$.

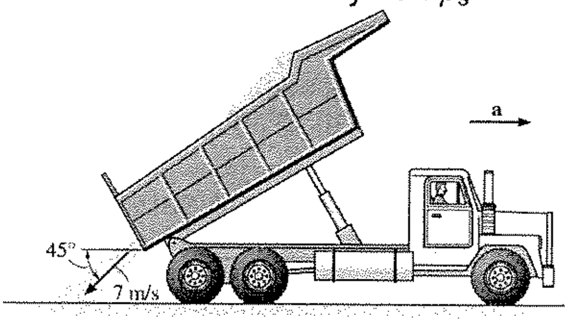


3. Tytön heittämä pallo osuu seinään nopeudella 8,81 m/s 10,5° kulmassa vaakatasoon nähden. Millä nopeudella pallo kimpoaa seinästä? Pallon paino on 0,5 kg ja sysäyskerroin $e = 0{,}5$.

4. Kuvan laatikko, jonka massa on 20 kg, on lattialla levossa ja köydessä vaikuttava voima on nolla. Moottori M alkaa vetää köyttä voimalla **F**, jonka suuruus muuttuu oheisen käyrän mukaisesti. Määritä laatikon nopeus, kun t = 6 s. *Ohje:* Määritä ensin laatikon liikkeelle lähtöön kuluva aika.



5. Tyhjänä kuorma-auton massa on 50 tn. Se kippaa hiekkaa 5 m^3 vakionopeudella 0,8 m^3/s, jolloin hiekka valuu lavalta nopeudella 7 m/s autoon nähden kuvan osoittamaan suuntaan. Jos auto pääsee vapaasti vierimään, niin mikä on sen alkukiihtyvyys lavan alkaessa tyhjentyä? Kitkaa eikä pyörien massaa oteta huomioon. Hiekan tiheys on ρ_s = 1520 kg/m^3.



Liite (1 s.)

BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad a\,ds = v\,dv \qquad v = v_0 + a_c t \qquad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \qquad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \qquad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \qquad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t\mathbf{u}_t + a_n\mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{u}_n \qquad \rho = \left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2} / \left|d^2y/dx^2\right|$$

$$\mathbf{v} = v_r\mathbf{u}_r + v_\theta\mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \qquad \mathbf{a} = a_r\mathbf{u}_r + a_\theta\mathbf{u}_\theta = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\mathbf{u}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\mathbf{u}_\theta \qquad \tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \qquad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \qquad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum\mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad \sum\mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \qquad \sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \qquad \sum F_t = ma_t \qquad \sum F_n = ma_n \qquad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \qquad \sum F_\theta = ma_\theta \qquad \sum F_z = ma_z$$

$$e = \frac{Ch^2}{GM_e} \qquad h = r_0v_0 \qquad C = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_e}{r_0v_0^2}\right) \qquad \frac{1}{r} = \frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{GM_e}{r_0v_0^2}\right)\cos\theta + \frac{GM_e}{r_0v_0^2} \qquad r_p = r_0 \qquad r_a = \frac{r_0}{\left(2GM_e/r_0v_0^2\right) - 1} \qquad T = \frac{\pi}{h}\left(r_p + r_a\right)\sqrt{r_pr_a}$$

$$U_{1-2} = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2}F\cos\theta\,ds \qquad U_{1-2} = F_c\cos\theta\left(s_2 - s_1\right) \qquad U_{1-2} = -W\Delta y \qquad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \qquad P = \frac{dU}{dt} \qquad P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \qquad V_g = Wy \qquad V_e = +\frac{1}{2}ks^2 \qquad V = V_g + V_e$$

$$T + V = \text{vakio} \qquad \sum F_s = m\frac{dv}{dt} + v_{D/i}\frac{dm_i}{dt}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \qquad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{vakio} \qquad \sum F_s = m\frac{dv}{dt} - v_{D/e}\frac{dm_e}{dt}$$

$$m\mathbf{v}_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}\,dt = m\mathbf{v}_2; \qquad m(v_x)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}F_x\,dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}F_y\,dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}F_z\,dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i(\mathbf{v}_i)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}\,dt = \sum m_i(\mathbf{v}_i)_2 \qquad \sum m_i(\mathbf{v}_i)_1 = \sum m_i(\mathbf{v}_i)_2 \qquad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{M}_O\,dt = (\mathbf{H}_O)_2 \qquad (H_{Oz})_1 + \sum\int_{t_1}^{t_2}M_{Oz}\,dt = (H_{Oz})_2 \qquad \int_{t_1}^{t_2}\mathbf{M}_O\,dt = \int_{t_1}^{t_2}(\mathbf{r}\times\mathbf{F})\,dt \qquad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \qquad \sum(\mathbf{H}_O)_1 = \sum(\mathbf{H}_O)_2$$

$$(H_O)_z = (d)(mv) \qquad \mathbf{H}_O = \mathbf{r}\times m\mathbf{v} \qquad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \qquad \sum\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \qquad \sum\mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum\mathbf{F} = \frac{dm}{dt}\left(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A\right); \qquad \sum F_x = \frac{dm}{dt}\left(v_{Bx} - v_{Ax}\right) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt}\left(v_{By} - v_{Ay}\right)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\times\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\mathbf{i} - \left(A_xB_z - A_zB_x\right)\mathbf{j} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\mathbf{k}$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}\left(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A\right)$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_Av_AA_A = \rho_Bv_BA_B = \rho_AQ_A = \rho_BQ_B$$

$$\ddot{x} + p^2x = 0 \qquad p = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad x = A\sin pt + B\cos pt \qquad x = C\sin(pt + \phi) \qquad f = \frac{1}{\tau} = \frac{p}{2\pi} \qquad \tau = \frac{2\pi}{p}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin\omega t \qquad x = x_c + x_p = A\sin pt + B\cos pt + \frac{\frac{F_0}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}\sin\omega t. \qquad x_p = \text{MF}\,x_{st}\sin\omega t, \quad \text{missä} \quad \text{MF} = \frac{(x_p)_{max}}{\frac{F_0}{k}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}.$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0. \qquad c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2mp \qquad m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0\sin\omega t.$$

$$x = Ae^{\lambda_1t} + Be^{\lambda_2t} \qquad \text{MF} = \frac{C'}{\frac{F_0}{k}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega}{p}\right)\right]^2}} \qquad C' = \frac{\frac{F_0}{k}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega}{p}\right)\right]^2}} \qquad \phi' = \tan^{-1}\left[\frac{2\left(\frac{c}{c_c}\right)\left(\frac{\omega}{p}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}\right]$$

$$x = (A + Bt)e^{-pt}$$

$$p_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} = p\sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2} \qquad x_p = C'\sin(\omega t + \phi') \qquad x = D\left[e^{-\left(\frac{c}{2m}\right)t}\sin(p_dt + \phi)\right] \qquad \tau_d = \frac{2\pi}{p_d}.$$