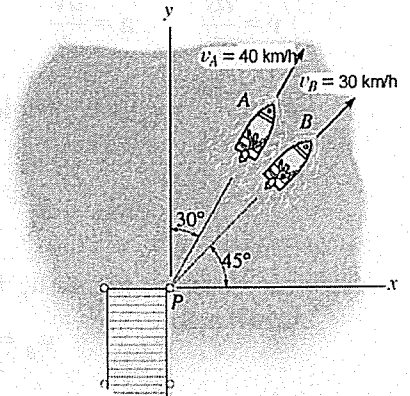


**BK80A0100-K Dynamiikka I, tentti**  
**to 7.1.2010 klo 9.15 - 12.15**

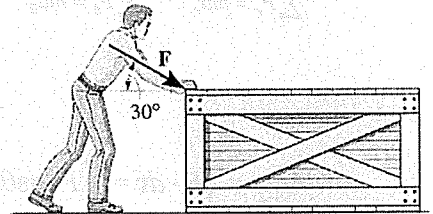
T. Nykänen

*Kirjallisuuden käyttö kielletty! Laskimen käyttö sallittu!*

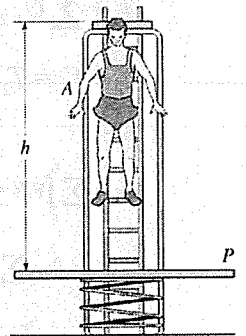
1. Kaksi venettä lähtee samanaikaisesti laiturista  $P$  kuvan osoittamiin suuntiin. Jos veneen  $A$  nopeus on  $v_A = 40$  km/h ja veneen  $B$  nopeus  $v_B = 30$  km/h, niin mikä on veneen  $A$  nopeus veneen  $B$  suhteen? Kauanko kestää, ennen kuin veneiden välimatka on 500 m?



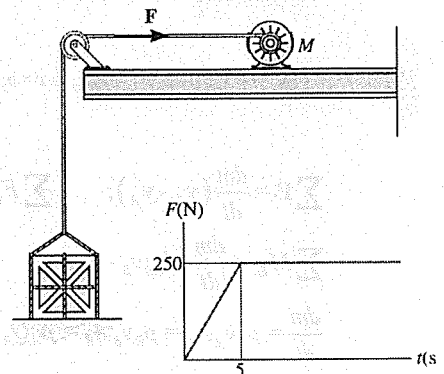
2. Mies työntää laatikkoa, jonka massa on 30 kg, voimalla  $F$ . Voiman suunta säilyy samana, mutta sen suuruutta lisätään kunnes laatikko lähtee liikkeelle. Määritä laatikon alkukiihtyvyys, kun laatikon ja alusta välinen lepokitkakerroin  $\mu_s = 0,6$  ja liikekitkakerroin on  $\mu_k = 0,3$ .



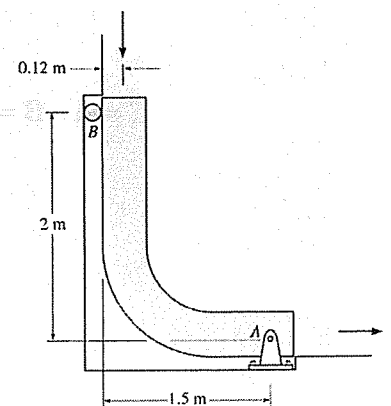
3. Mies  $A$ , jonka massa on 80 kg, hyppää levosta korkeudelta  $h = 2,4$  m tasolle  $P$ . Jousen varaan asennetun tason massa on 30 kg ja jousen jousivakio  $k = 3000$  N/m. Määritä a)  $A$ :n ja  $P$ :n nopeudet heti sysäyksen jälkeen ja b) sysäyksestä aiheutuva jousen maksimi puristuma. Sysäyskertoimen oletetaan olevan  $e = 0,6$  ja miehen oletetaan pysyvän jäykkänä liikkeen ajan.



4. Kuvan laatikko, jonka massa on 20 kg, on lattialla levossa ja köydessä vaikuttava voima on nolla. Moottori  $M$  alkaa vetää köyttä voimalla  $F$ , jonka suuruus muuttuu oheisen käyrän mukaisesti. Määritä laatikon nopeus, kun  $t = 6$  s. *Ohje:* Määritä ensin laatikon liikkeelle lähtöön kuluva aika.



5. Kuvan putkimutkaa käytetään veden virtauksen  $Q = 0,6$  m<sup>3</sup>/s suunnan muuttamiseen. Jos vesivirran poikkileikkausala on 0,05 m<sup>2</sup>, niin määritä tasapainon edellyttämät tukireaktiot rullatuella  $B$  ja niveltuessa  $A$ . Putken ja putkessa olevan veden painoa ei tarvitse ottaa huomioon. Veden tiheys  $\rho_w = 1000$  kg/m<sup>3</sup>.



Liite (1 s.)

# BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad a ds = v dv \quad v = v_0 + a_c t \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{u}_n \quad \rho = \left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{u}_r + v_\theta \mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \quad \mathbf{a} = a_r \mathbf{u}_r + a_\theta \mathbf{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{u}_\theta \quad \tan \psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum F = ma_G \quad \sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad \sum F_t = ma_t \quad \sum F_n = ma_n \quad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \quad \sum F_\theta = ma_\theta \quad \sum F_z = ma_z$$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds \quad U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1) \quad U_{1-2} = -W\Delta y \quad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} ks_2^2 - \frac{1}{2} ks_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \quad P = \frac{dU}{dt} \quad P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad V_g = Wy \quad V_e = +\frac{1}{2} ks^2 \quad V = V_g + V_e$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$m\mathbf{v}_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{F} dt = m\mathbf{v}_2; \quad m(v_x)_1 + \sum \int_1^2 F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum \int_1^2 F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum \int_1^2 F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i (v_i)_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{F} dt = \sum m_i (v_i)_2 \quad \sum m_i (v_i)_1 = \sum m_i (v_i)_2 \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2 \quad (H_{Ox})_1 + \sum \int_1^2 M_{Ox} dt = (H_{Ox})_2 \quad \int_1^2 \mathbf{M}_O dt = \int_1^2 (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt \quad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \quad \sum (\mathbf{H}_O)_1 = \sum (\mathbf{H}_O)_2$$

$$(\mathbf{H}_O)_z = (d)(mv) \quad \mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \quad \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \quad \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dm}{dt}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \quad \sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax}) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A)$$

$T + V = \text{vakio}$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} + v_{D/t} \frac{dm_i}{dt}$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} - v_{D/e} \frac{dm_e}{dt}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}$$