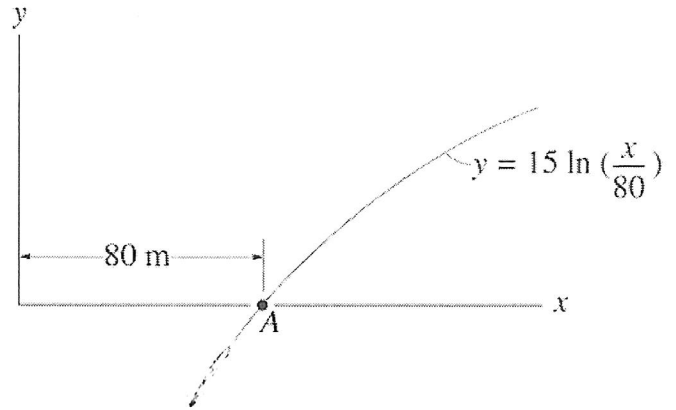


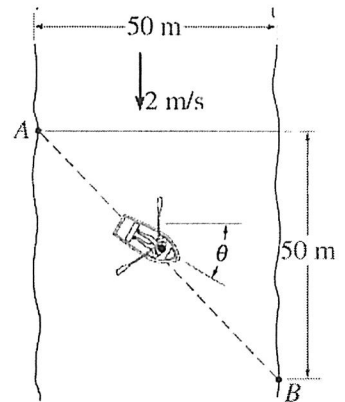
**BK80A0100 Dynamiikka I, 1. välikoe**  
**to 28.10.2009 klo 16.15 - 19.15**

T. Nykänen

*Kirjallisuuden käyttö kielletty!*  
*Laskimen käyttö sallittu!*

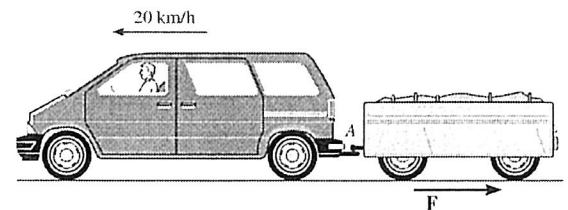


1. Suihkukone lentää vauhdilla  $v = 120 \text{ m/s}$  samalla hidastaen  $40 \text{ m/s}^2$  kohdassa A. Määritä koneen kiihtyvyyden suuruus kohdassa A. Mihin suuntaan x-akseliin nähden kone lentää kohdassa A? Ohje:  $D \ln f(x) = f'(x) / f(x)$

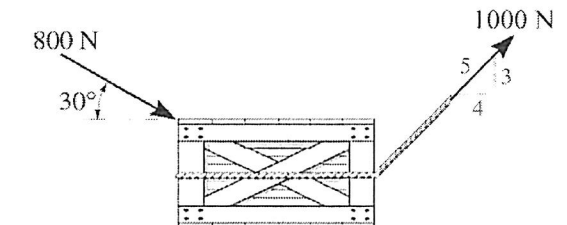


2. Mies pystyy soutamaan venettä  $5 \text{ m/s}$  seisovassa vedessä. Hän ylittää  $50 \text{ m}$  leveän virran päätyen vastarannalle  $50 \text{ m}$  myötävirtaan. Virran nopeus on  $2 \text{ m/s}$ . Määritä veneen vauhti ja ylitykseen kuluva aika.

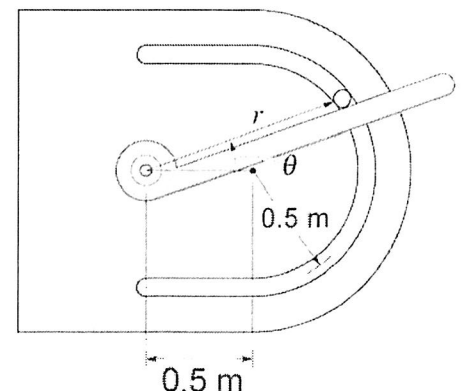
3. Pakettiauto ajaa  $20 \text{ km/h}$ , kun sen perävaunu irtoaa. Perävaunun massa on  $250 \text{ kg}$  ja se rullaa vapaasti  $45 \text{ m}$  ennen pysähtymistään. Laske vierintäkitkan aiheuttama vakio vaakavoima  $F$ , joka saa vaunun pysähtymään.



4. Laatikoon, jonka massa on  $100 \text{ kg}$ , kohdistuu kaksi voimaa kuvan mukaisesti. Jos laatikko on alkuaan paikallaan, niin kuinka pitkän matkan se liikkuu ennen kuin se saavuttaa nopeuden  $6 \text{ m/s}$ ? Liikekitkakerroin alustan ja laatikon välillä on  $\mu_k = 0,2$ .



5. Tölkki, jonka massa on  $0,75 \text{ kg}$ , on pakotettu liikkumaan pitkin pystytasossa olevaa ympyrän kaaren muotoista ohjainta pitkin tangon avulla kuvan mukaisesti. Tangon kulmanopeus  $\dot{\theta} = 2 \text{ rad/s}$  ja kulmakiihtyvyys  $\ddot{\theta} = 0,4 \text{ rad/s}^2$ , kun  $\theta = 30^\circ$ . Mikä on tällöin ohjaimesta tölkkiin kohdistuva voima? Systemi oletetaan kitkattomaksi.



# BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad ads = vdv \quad v = v_0 + a_c t \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{u}_n \quad \rho = [1 + (dy/dx)^2]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{u}_r + v_\theta \mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \quad \mathbf{a} = a_r \mathbf{u}_r + a_\theta \mathbf{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{u}_\theta \quad \tan \psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \quad \sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad \sum F_i = ma_i \quad \sum F_n = ma_n \quad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \quad \sum F_\theta = ma_\theta \quad \sum F_z = ma_z$$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds \quad U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1) \quad U_{1-2} = -W\Delta y \quad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \quad P = \frac{dU}{dt} \quad P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad V_g = Wy \quad V_e = +\frac{1}{2} k s^2 \quad V = V_g + V_e$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$m\mathbf{v}_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = m\mathbf{v}_2; \quad m(v_x)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i (v_i)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \sum m_i (v_i)_2 \quad \sum m_i (v_i)_1 = \sum m_i (v_i)_2 \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2 \quad (H_{Oz})_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_{Oz} dt = (H_{Oz})_2 \quad \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_O dt = \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt \quad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \quad \sum (\mathbf{H}_O)_1 = \sum (\mathbf{H}_O)_2$$

$$(H_O)_z = (d)(mv) \quad \mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \quad \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \quad \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dm}{dt}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \quad \sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax}) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A)$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$T + V = \text{vakio}$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} + v_{D/e} \frac{dm_i}{dt}$$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} - v_{D/e} \frac{dm_e}{dt}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}$$