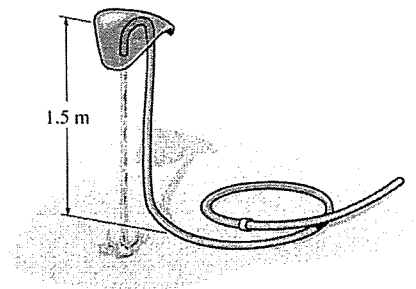
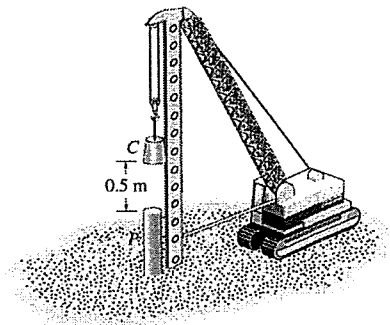
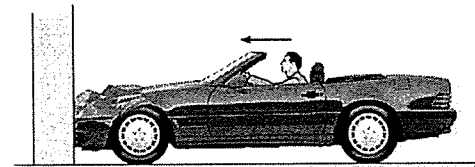
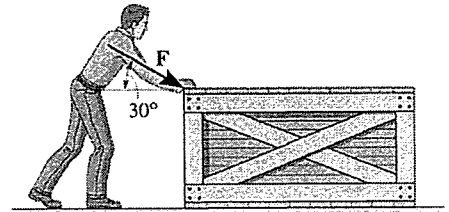
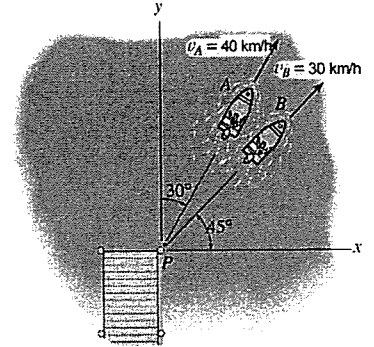


BK80A0100-K Dynamiikka I, tentti
ti 8.3.2011 klo 16.15 - 19.15

T. Nykänen

Kirjallisuuden käyttö kielletty! Laskimen käyttö sallittu!

1. Kaksi venettä lähtee samanaikaisesti laiturilta P kuvan osoittamiin suuntiin. Jos veneen A nopeus on $v_A = 40$ km/h ja veneen B nopeus $v_B = 30$ km/h, niin mikä on veneen A nopeus veneen B suhteen? Kauanko kestää, ennen kuin veneiden välimatka on 500 m?
2. Mies työntää laatikkoa, jonka massa on 30 kg, voimalla F . Voiman suunta säilyy samana, mutta sen suuruutta lisätään kunnes laatikko lähtee liikkeelle. Määritä laatikon alkukiihtyvyyden, kun laatikon ja alusta välinen lepokitkeroin $\mu_s = 0,6$ ja liikekitkeroin on $\mu_k = 0,3$.
3. Autolla, jonka massa on 1200 kg, ajetaan nopeudella 1,2 m/s päin seinää. Kuinka suuri on autoon kohdistuva keskimääräinen impulsiivinen törmäysvoima, kun törmäyksen kesto on 0,06 s? Oletetaan, että jarruja ei käytetä. Mikä on impulsiivinen voima, jos törmäyksen kestäessä jarrutetaan kaikilla neljällä pyörällä siten, että liu'ussa renkaan ja alustan välinen liikekitkeroin $\mu_k = 0,3$?
4. Paalua, jonka massa on 800 kg, junnataan irtohiekkaan käyttäen 300 kg junntaa, joka pudotetaan 0,5 m korkeudelta paalun päälle. Kuinka syväälle paalu uppoaa yhdellä junnauksella, jos paalun ja hiekan välinen kitkavoima on 18 kN? Juntan ja paalun välinen sysäyskerroin $e = 0,1$. Paalun ja junnan painojen impulssia ja hiekan paaluun kohdistamaa impulssia ei oteta huomioon.
5. Lasten leikkisuihkutin koostuu hupusta, jonka massa on 0,2 kg ja vesiletkusta, jonka massa on 30 g/m. Määritä tarvittava veden tilavuusvirta, jotta suihkutin nousisi leijumaan 1,5 m korkealle. Letkun sisähalkaisija on 5 mm. Letkussa olevan veden painoa ei oteta huomioon. $\rho_W = 1$ Mg/m³.



Liite (1 s.)

BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \quad a = \frac{dv}{dt} \quad ads = vdv \quad v = v_0 + a_c t \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{u}_n \quad \rho = \left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{u}_r + v_\theta \mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \quad \mathbf{a} = a_r \mathbf{u}_r + a_\theta \mathbf{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{u}_\theta \quad \tan \psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \quad \sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad \sum F_t = ma_t \quad \sum F_n = ma_n \quad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \quad \sum F_\theta = ma_\theta \quad \sum F_z = ma_z$$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds \quad U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1) \quad U_{1-2} = -W\Delta y \quad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \quad P = \frac{dU}{dt} \quad P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad V_g = Wy \quad V_e = +\frac{1}{2} k s^2 \quad V = V_g + V_e$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$mv_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{F} dt = mv_2; \quad m(v_x)_1 + \sum \int_1^2 F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum \int_1^2 F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum \int_1^2 F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i (v_i)_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{F} dt = \sum m_i (v_i)_2 \quad \sum m_i (v_i)_1 = \sum m_i (v_i)_2 \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(H_O)_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{M}_O dt = (H_O)_2 \quad (H_{O_x})_1 + \sum \int_1^2 M_{O_x} dt = (H_{O_x})_2 \quad \int_1^2 \mathbf{M}_O dt = \int_1^2 (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt \quad (H_O)_1 = (H_O)_2 \quad \sum (H_O)_1 = \sum (H_O)_2$$

$$(H_O)_z = (d)(mv) \quad \mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \quad \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \quad \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dm}{dt}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \quad \sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax}) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A)$$

$T + V = \text{vakio}$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} + v_{Dn} \frac{dm_i}{dt}$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} - v_{De} \frac{dm_e}{dt}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}$$