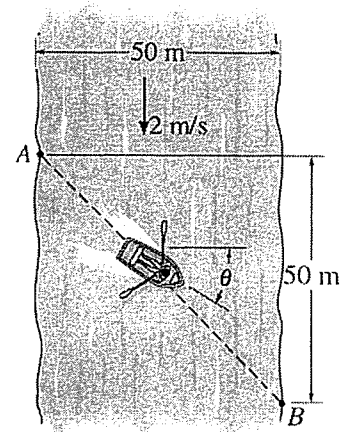
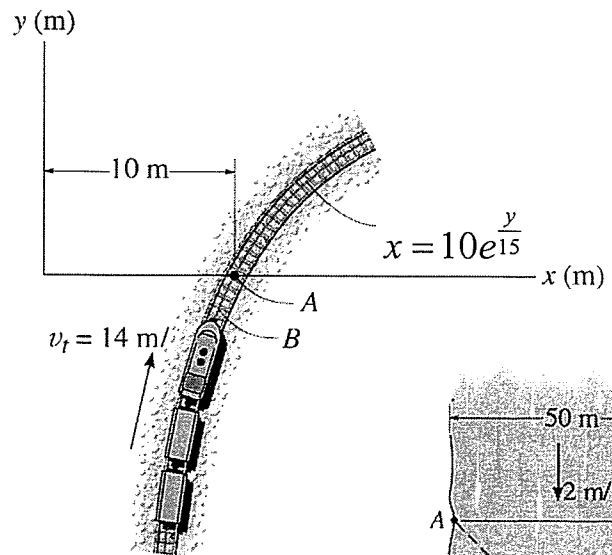


BK80A0100 Dynamiikka I, 1. välikoe
to 27.10.2011 klo 16.15 - 19.15

T. Nykänen

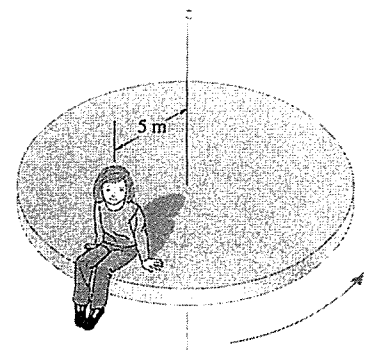
Kirjallisuuden käyttö kielletty!
Laskimen käyttö sallittu!



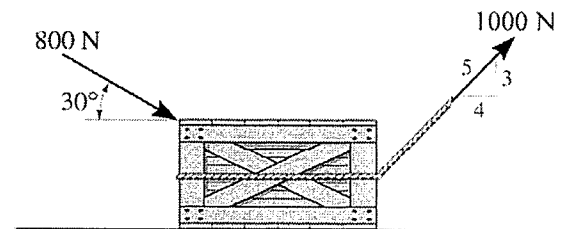
1. Juna ajaa kaarteessa vakionopeudella 14 m/s. Määritä junan keulan B kiihtyvyyden suuruus kun keula saavuttaa pisteen A ($y=0$). Ohje: $D \ln f(x) = f'(x) / f(x)$

2. Mies pystyy soutamaan venettä 5 m/s seisovassa vedessä. Hän ylittää 50 m leveän virran päätyen vastarannalle 50 m myötvirtaan. Virran nopeus on 2 m/s. Määritä veneen vauhti ja ylitykseen kuluva aika.

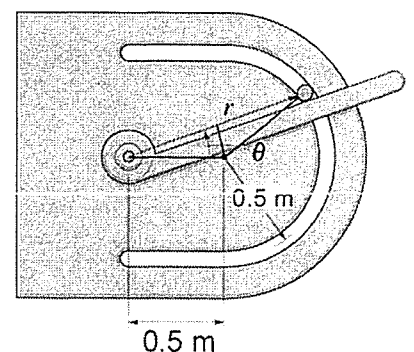
3. Tyttö, jonka massa on 15 kg, istuu paikallaan pyöreän vaakatasossa olevan lavan reunalla kuvan mukaisesti. Lava lähtee levosta pyörimään siten, että tytön nopeus kasvaa tasaisesti 0.5 m/s^2 . Mikä on tytön nopeus hetkellä, jona hän luiskahtaa lavalta. Lepokitkakerroin tytön ja lavan välillä on $\mu_s = 0.2$. Ohje: Laske ensin kitkavoiman suuruus ja suunta.



4. Laattikkoon, jonka massa on 100 kg, kohdistuu kaksi voimaa kuvan mukaisesti. Jos laatikko on alkuaan paikallaan, niin kuinka pitkän matkan se liikkuu ennen kuin se saavuttaa nopeuden 6 m/s? Liikekitkakerroin alustan ja laatikon välillä on $\mu_k = 0,2$.



5. Tölkki, jonka massa on 0.75 kg, on pakotettu liikkumaan pitkin vaakatasossa olevaa ympyrän kaaren muotoista ohjainta pitkin tangon avulla kuvan mukaisesti. Tangon kulmanopeus $\dot{\theta} = 2 \text{ rad/s}$ ja kulmakiihtyvyys $\ddot{\theta} = 0.4 \text{ rad/s}^2$, kun $\theta = 30^\circ$. Mikä on tällöin ohjaimesta tölkkiin kohdistuva voima? Systemi oletetaan kitkattomaksi. Ohje: Muodosta ensin $r = f(\theta)$.



Liite (1 s.)

BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \mathbf{a} = \frac{dv}{dt} \quad ads = vdv \quad v = v_0 + a_c t \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{u}_n \quad \rho = [1 + (dy/dx)^2]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{u}_r + v_\theta \mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \quad \mathbf{a} = a_r \mathbf{u}_r + a_\theta \mathbf{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{u}_\theta \quad \tan \psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \quad \sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad \sum F_t = ma_t \quad \sum F_n = ma_n \quad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \quad \sum F_\theta = ma_\theta \quad \sum F_z = ma_z$$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds \quad U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1) \quad U_{1-2} = -W\Delta y \quad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \quad P = \frac{dU}{dt} \quad P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad V_g = Wy \quad V_e = +\frac{1}{2} k s^2 \quad V = V_g + V_e$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$mv_1 + \sum \int_h^{i_2} \mathbf{F} dt = mv_2; \quad m(v_x)_1 + \sum \int_h^{i_2} F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum \int_h^{i_2} F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum \int_h^{i_2} F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i (v_i)_1 + \sum \int_h^{i_2} \mathbf{F} dt = \sum m_i (v_i)_2 \quad \sum m_i (v_i)_1 = \sum m_i (v_i)_2 \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int_h^{i_2} \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2 \quad (H_{Ox})_1 + \sum \int_h^{i_2} M_{Ox} dt = (H_{Ox})_2 \quad \int_h^{i_2} \mathbf{M}_O dt = \int_h^{i_2} (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt \quad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \quad \sum (\mathbf{H}_O)_1 = \sum (\mathbf{H}_O)_2$$

$$(H_O)_z = (d)(mv) \quad \mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \quad \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \quad \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dm}{dt}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \quad \sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax}) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A)$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$T + V = \text{vakio}$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} + v_{D/t} \frac{dm_i}{dt}$$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} - v_{D/t} \frac{dm_e}{dt}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}$$