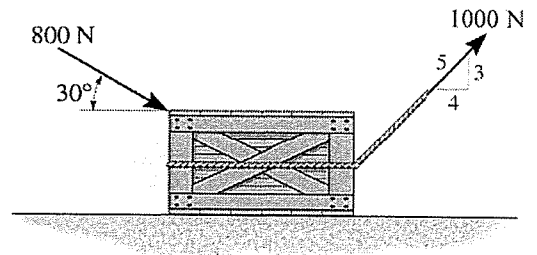


BK80A0100-K Dynamiikka I, tentti

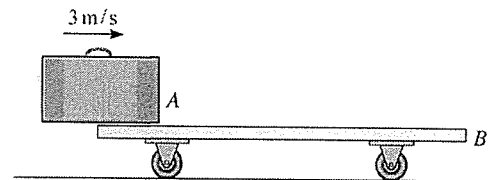
ma 20.2.2012 16:15 – 19:15

T. Nykänen

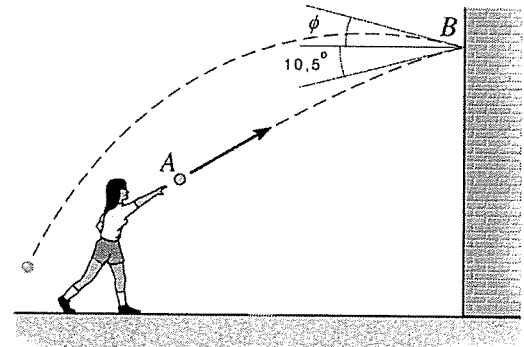


Kirjallisuuden käyttö kielletty! Laskimen käyttö sallittu!

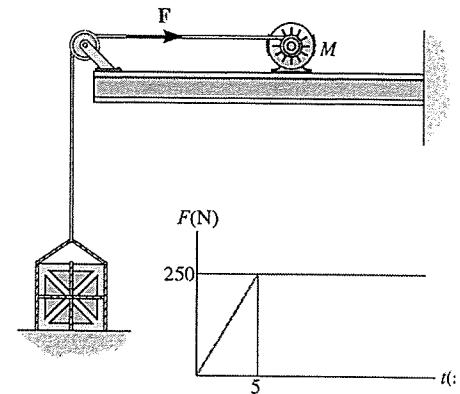
1. Laatikoon, jonka massa on 100 kg, kohdistuu kaksi voimaa kuvan mukaisesti. Jos laatikko on alkuaan paikallaan, niin kuinka pitkän matkan se liikuu ennen kuin se saavuttaa nopeuden 6 m/s? Liikekitkakerroin alustan ja laatikon välillä on $\mu_k = 0,2$. Käytä ratkaisussa apuna työlausetta $T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$!



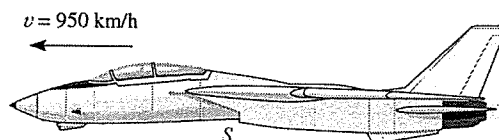
2. Levossa olevaan vaunuun B, jonka massa on 10 kg, heitetään vaakasuunnassa laukku A nopeudella 3 m/s. Laukun massa on 5 kg. Kuinka pitkän ajan A liikuu B:hen nähden ja mikä on nopeus, kun liukuminen lakkaa? Kitkattomien pyörien massaa ei oteta huomioon. Liikekitkakerroin laukun ja vaunun välillä $\mu_k = 0,4$.
3. Tytön heittämä pallo osuu seinään nopeudella 8,81 m/s $10,5^\circ$ kulmassa vaakatasoon nähden. Millä nopeudella pallo kimpoaa seinästä? Pallon paino on 0,5 kg ja sysäyskerroin $e = 0,5$.



4. Kuvan laatikko, jonka massa on 20 kg, on lattialla levossa ja köydessä vaikuttava voima on nolla. Moottori M alkaa vetää köyttä voimalla F, jonka suuruus muuttuu oheisen käyrän mukaisesti. Määritä laatikon nopeus, kun $t = 6$ s. Ohje: Määritä ensin laatikon liikkeelle lähtöön kuluva aika.



5. Suihkukone, jonka massa on 12 tn, lentää vaakasuoraan vakionopeudella 950 km/h. Tällöin moottorin edestä (S) ahdetaan ilmaa polttokammioon $50 \text{ m}^3/\text{s}$, jossa siihen ruiskutetaan kerosiinia $0,4 \text{ kg/s}$. Suihkuputkesta purkautuvien palokaasujen (ilma + kerosiini) nopeus koneeseen nähden on 450 m/s. Laske ilmanvastuksesta koneeseen kohdistuva vastusvoima. Huomaa, että systeemi sekä saa, että menettää massaa. Oletetaan ilman tiheys vakioksi $\rho = 1,22 \text{ kg/m}^3$.



Liite 1 s.

BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad a ds = v dv \quad v = v_0 + a_c t \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{u}_n \quad \rho = [1 + (dy/dx)^2]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{u}_r + v_\theta \mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \quad \mathbf{a} = a_r \mathbf{u}_r + a_\theta \mathbf{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{u}_\theta \quad \tan \psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \quad \sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad \sum F_t = ma_t \quad \sum F_n = ma_n \quad \sum F_b = 0 \\ \sum F_r = ma_r \quad \sum F_\theta = ma_\theta \quad \sum F_z = ma_z \end{aligned}$$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds \quad U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1) \quad U_{1-2} = -W\Delta y \quad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} ks_2^2 - \frac{1}{2} ks_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \quad P = \frac{dU}{dt} \quad P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad V_g = Wy \quad V_e = +\frac{1}{2} ks^2 \quad V = V_g + V_e$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$mv_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{F} dt = mv_2; \quad m(v_x)_1 + \sum \int_1^2 F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum \int_1^2 F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum \int_1^2 F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i (v_i)_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{F} dt = \sum m_i (v_i)_2 \quad \sum m_i (v_i)_1 = \sum m_i (v_i)_2 \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int_1^2 \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2 \quad (H_{Oz})_1 + \sum \int_1^2 M_{Oz} dt = (H_{Oz})_2 \quad \int_1^2 \mathbf{M}_O dt = \int_1^2 (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt \quad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \quad \sum (\mathbf{H}_O)_1 = \sum (\mathbf{H}_O)_2$$

$$(\mathbf{H}_O)_z = (d)(mv) \quad \mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \quad \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \quad \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dm}{dt} (\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \quad \sum F_x = \frac{dm}{dt} (v_{Bx} - v_{Ax}) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt} (v_{By} - v_{Ay})$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt} (d_{OB} v_B - d_{OA} v_A)$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$T + V = \text{vakio}$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} + v_{Dn} \frac{dm}{dt}$$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} - v_{Dn} \frac{dm}{dt}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$