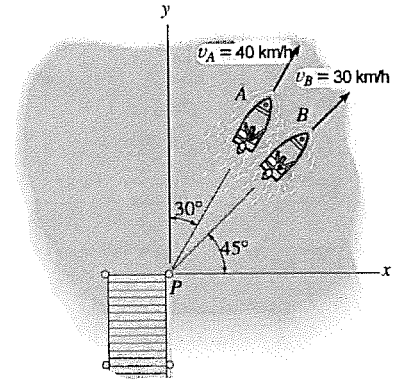


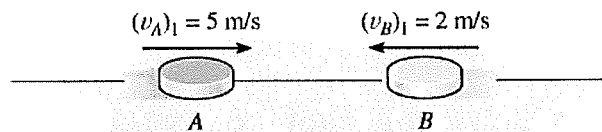
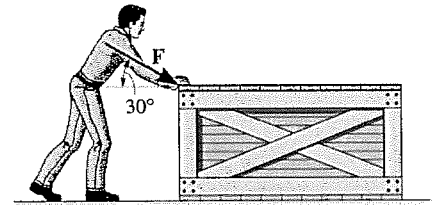
BK80A0100-K Dynamiikka I, tentti
to 15.1.2015 klo 16.15 - 19.15
 T. Nykänen, Olli-Pekka Hämäläinen

Kirjallisuuden käyttö kielletty! Laskimen käyttö sallittu!

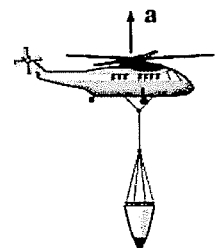
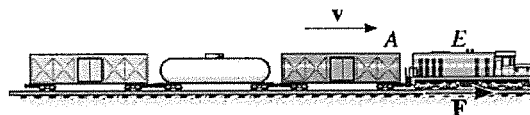


1. Kaksi venettä lähtee samanaikaisesti laiturilta P kuvan osoittamiin suuntiin. Jos veneen A nopeus on $v_A = 40$ km/h ja veneen B nopeus $v_B = 30$ km/h, niin mikä on veneen A nopeus veneen B suhteen? Kauanko kestää, ennen kuin veneiden välimatka on 500 m?

2. Mies työntää laatikkoa, jonka massa on 30 kg, voimalla F . Voiman suunta säilyy samana, mutta sen suuruutta lisätään kunnes laatikko lähtee liikkeelle. Määritä laatikon alkukiihtyvyys, kun laatikon ja alusta välinen lepokitkakerroin $\mu_s = 0,6$ ja liikekitkakerroin on $\mu_k = 0,3$.



3. Kiekko A , jonka massa on 2 kg, liikkuu pitkin kitkatonta tasoa nopeudella $(v_A)_1 = 5$ m/s, kun se törmää keskeisesti 4 kg painavan kiekkoon B , joka liikkuu kohti A :ta nopeudella $(v_B)_1 = 2$ m/s. Sysäyskerroin on $e = 0,4$. Laske A :n ja B :n nopeus heti törmäyksen jälkeen.



4. Kuvan veturin massa 50 tn ja kolmen vaunun kunkin 30 tn. Juna lähtee levosta liikkeelle ja kiihdyttää vauhtiaan tasaisesti 40 km/h 80 s aikana. Määritä veturin E ja ensimmäisen vaunun A välisessä kytkennässä vaikuttava voima T . Laske ensin veturin pyörien kehittämä kitkavoima F , joka saa junan liikkumaan. Vaunujen pyörät pyöriivät vapaasti.

5. Helikopteri, jonka massa on 10 tn, kuljettaa astiaa, jossa on 500 kg vettä tulipalon sammuttamiseen. Helikopteri leijuu paikallaan pudottaen vettä 50 kg/s nopeudella 10 m/s helikopteriin nähden. Mikä on helikopterin kiihtyvyys ylöspäin, kun vettä aletaan pudottaa?



BK80A0100 Dynamiikka I

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad a ds = v dv \quad v = v_0 + a_c t \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = v\mathbf{u}_t = \dot{s}\mathbf{u}_t \quad \mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n = \dot{v}\mathbf{u}_t + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{u}_n \quad \rho = [1 + (dy/dx)^2]^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

$$\mathbf{v} = v_r \mathbf{u}_r + v_\theta \mathbf{u}_\theta = \dot{r}\mathbf{u}_r + r\dot{\theta}\mathbf{u}_\theta \quad \mathbf{a} = a_r \mathbf{u}_r + a_\theta \mathbf{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{u}_\theta \quad \tan \psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A} \quad \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A} \quad \mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}_G \quad \sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z \quad \sum F_t = ma_t \quad \sum F_n = ma_n \quad \sum F_b = 0$$

$$\sum F_r = ma_r \quad \sum F_\theta = ma_\theta \quad \sum F_z = ma_z$$

$$U_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds \quad U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1) \quad U_{1-2} = -W\Delta y \quad U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2\right)$$

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2 \quad P = \frac{dU}{dt} \quad P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad V_g = W\Delta y \quad V_e = +\frac{1}{2} k s^2 \quad V = V_g + V_e$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \sum T_1 + \sum V_1 = \sum T_2 + \sum V_2$$

$$m\mathbf{v}_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = m\mathbf{v}_2; \quad m(v_x)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_x dt = m(v_x)_2 \quad m(v_y)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y dt = m(v_y)_2 \quad m(v_z)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_z dt = m(v_z)_2$$

$$\sum m_i (v_i)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \sum m_i (v_i)_2 \quad \sum m_i (v_i)_1 = \sum m_i (v_i)_2 \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

$$(\mathbf{H}_O)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_O dt = (\mathbf{H}_O)_2 \quad (H_{Oz})_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_{Oz} dt = (H_{Oz})_2 \quad \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_O dt = \int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) dt \quad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2 \quad \sum (\mathbf{H}_O)_1 = \sum (\mathbf{H}_O)_2$$

$$(H_O)_z = (d)(mv) \quad \mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \quad \mathbf{H}_O = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix} \quad \sum \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \quad \sum \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{dm}{dt}(\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A); \quad \sum F_x = \frac{dm}{dt}(v_{Bx} - v_{Ax}) \quad \sum F_y = \frac{dm}{dt}(v_{By} - v_{Ay})$$

$$\sum M_O = \frac{dm}{dt}(d_{OB}v_B - d_{OA}v_A)$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho_A v_A A_A = \rho_B v_B A_B = \rho_A Q_A = \rho_B Q_B$$

$T + V = \text{vakio}$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} + v_{D_i} \frac{dm_i}{dt}$$

$$\sum F_s = m \frac{dv}{dt} - v_{D_e} \frac{dm_e}{dt}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x)\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\mathbf{k}$$